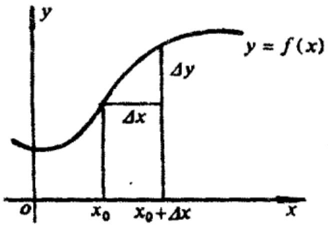
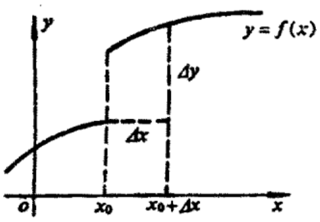
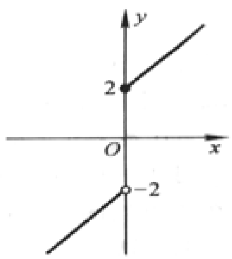
宜宾职业技术学院 Yibin Vocational & Technical College

工程应用数学教案

<table>
<tr><td>内容</td><td colspan="2">函数的连续性与间断</td><td colspan="2">学 时</td><td>2</td></tr>
<tr><td>所属项目名称</td><td colspan="2">数学零距离</td><td colspan="2">在课程进程中的位置</td><td>第 5 次</td></tr>
<tr><td>班级</td><td colspan="2"></td><td colspan="2">上课地点</td><td></td></tr>
<tr><td>上课时间</td><td colspan="5">周 月 日第 节至 周 月 日第 节</td></tr>
<tr><td rowspan="2">教学目标</td><td>知识目标</td><td colspan="2">能力目标</td><td>素质目标</td><td>思政目标</td></tr>
<tr><td>理解函数连续的定义；掌握分段函数在分段点处是否连续的判断方法</td><td colspan="2">能利用函数的连续性求函数的极限</td><td>树立做事和学习都不能三心二意、断断续续，要持之以恒</td><td>培养学生抗挫折的意志和宽阔的胸襟</td></tr>
<tr><td>教学重点</td><td colspan="5">连续函数的定义</td></tr>
<tr><td>教学难点</td><td colspan="5">间断点的判定</td></tr>
<tr><td>教学方法</td><td colspan="5">讲授法、讨论法、自主学习法、演示法。</td></tr>
</table>

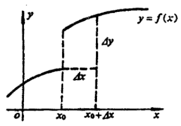
教学过程设计

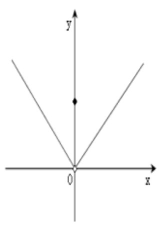
教学 内容	教师实 施活动	教学 意图
课前准备 **函数的连续性**   **定义** 设函数 $y=f(x)$ 点 x_0 及其左右附近有定义，如果当 $x\to x_0$ 时，$\lim\limits_{x\to x_0} f(x)$ 存在，且 $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)=f\left(x_0\right)$， 则称函数 $y=f(x)$ 在点 x_0 处连续. 若 $\lim\limits_{x\to x_0^-} f(x)=f\left(x_0\right)$，称函数 $f(x)$ 在点 x_0 处左连续；若 $\lim\limits_{x\to x_0^+} f(x)=f\left(x_0\right)$，称函数 $f(x)$ 在点 x_0 处右连续	课前准备,学生的出勤情况、教室的卫生情况等 5 分钟 学生：观察图像 教师：用数学语言描述（难度） 20 分钟 教师：介绍特征，用数学语言来描述。	养成良好的学习习惯和生活习惯  严于律己 来源于生活 高于生活  认识数学 掌握学习方法 数学思维

<table>
<tr>
<td>
定理 $f(x)$ 在点 x_0 处连续的充分必要条件为：$f(x)$ 在点 x_0 处左连续且右连续.
即 $\lim\limits_{x\to x_0^-} f(x)=\lim\limits_{x\to x_0^+} f(x)=f\left(x_0\right)$。
上述结论是讨论分段函数在分界点是否连续的依据.
</td>
<td>教师：强调定义的重要性</td>
<td></td>
</tr>
<tr>
<td>
例 证明函数 $f(x)=2x^3+1$ 在点 $x=1$ 处连续.
证 因为 $f(x)$ 的定义域为 $\left(-\infty,+\infty\right)$，故 $f(x)$ 在点 $x=1$ 的邻域内有定义，又因为
$\lim\limits_{x\to1} f(x)=\lim\limits_{x\to1}(2x^3+1)=3$，且
$f(1)=2\times1^3+1=3$.
所以，$f(x)=2x^3+1$ 在点 $x=1$ 处连续.
</td>
<td>5 分钟
教师：例题演示。</td>
<td>
严格按照定义判断：法制观念</td>
</tr>
<tr>
<td>
例 讨论 函数


$f\left(x\right)=\begin{cases}x+2, x\geq0\\ x-2, x<0\end{cases}$ 在点 $x=0$ 的连续性.
解因为 $\lim\limits_{x\to0^+} f\left(x\right)=\lim\limits_{x\to0^+}\left(x+2\right)=2$，
$\lim\limits_{x\to0^-} f\left(x\right)=\lim\limits_{x\to0^-}\left(x-2\right)=-2$ ， 而 $f\left(0\right)=2$，
所以 $f\left(x\right)$ 在点 $x=0$ 右连续，但不左连续，从而它在 $x=0$ 不连续.
函数 $y=f(x)$ 在区间连续的定义
</td>
<td>15 分钟
学生：小组讨论模仿练习，两个小组黑板书写。
教师：鼓励和评价学生，总结学生出现的问题。</td>
<td>
团结合作
科学思维
强化学生表达和交流能力
了解学生、鼓励学生，让学生获得自信。

温故知新</td>
</tr>
</table>

如果函数 $y=f(x)$ 在区间 (a,b) 内每一点连续，则称函数 $f(x)$ 在区间 (a,b) 内连续，区间 (a,b) 则称为函数 $y=f(x)$ 的连续区间；又若函数 $y=f(x)$ 在区间 (a,b) 内连续，且 $\lim\limits_{x\to a^+} f(x)=f(a)$（右连续），$\lim\limits_{x\to b^-} f(x)=f(b)$（左连续），则函数 $y=f(x)$ 在闭区间[a，b]上连续. **函数的间断点** 由函数连续的定义知，函数 $f(x)$ 在点 x_0 处连续必须满足三个条件： （1）在点 $x=x_0$ 处及其附近有定义； （2）极限 $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)$ 存在； （3）极限 $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)$ 存在，且 $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)=f(x_0)$. 如果上述三个条件中只要有一个不满足，则称函数 $f(x)$ 在点 x_0 处不连续，则称点 x_0 为函数 $f(x)$ 的间断点 $\lim\limits_{x\to x_0^+} f(x)$、$\lim\limits_{x\to x_0^-} f$（$x$）都存在的间断点称为第一类间断点； (1) 当 $\lim\limits_{x\to x_0^-} f(x)$ 与 $\lim\limits_{x\to x_0^+} f(x)$ 都存在，但不相等时，称 x_0 为 $f(x)$ 的跳跃间断点； (2) 当 $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)$ 存在，但极限值不等于 $f(x_0)$ 时，称 x_0 为 $f(x)$ 的可去间断点. $\lim\limits_{x\to x_0^+} f(x)$、$\lim\limits_{x\to x_0^-} f$（$x$）中至少有一个不存在	5 分钟 复习强调 教师：讲解 学生：听讲，提问。 做学习记录。 15 分钟 教师：借助  阐述间断的实际含义。 理论的抽象化。	 科学的思维方法：实事求是和独立思考 提升学生的数学核心素养： 数学抽象 直观想象  辩证唯物主义 科学思维

的间断点称为第二类间断点. 例设 $f(x)=\dfrac{1}{x^2}$，当 $x\to 0, f(x)\to\infty$，即极限不存在，所以 $x=0$ 为 $f(x)$ 的间断点. 因为 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1}{x^2}=\infty$，所以 $x=0$ 为无穷间断点. 例如 $y=\dfrac{\sin x}{x}$ 在 $x=0$ 点无定义，所以 $x=0$ 为其间断点，又 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin x}{x}=1$，所以若补充定义 $f(0)=1$，那么函数在 $x=0$ 点就连续了. 故这种间断点称为可去间断点. **例** 判断题下列说法是否正确？为什么？ （1）分段函数必有间断点. （2）若 $f(x)$ 与 $g(x)$ 都在 x_0 点间断，则 $f(x)+g(x)$ 也在 x_0 间断. **解**（1）错. 例如分段函数 $f(x)=\begin{cases}1-x, & x<0\\ 1+x, & x\ge 0\end{cases}$，在 $(-\infty,+\infty)$ 上连续. （2）错. 例如 $f(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{x}, & x\ne 0\\ 1, & x=0\end{cases}$ 与 $g(x)=\begin{cases}-\dfrac{1}{x}, & x\ne 0\\ -1, & x=0\end{cases}$ 都在 $x=0$ 处不连续， 但 $f(x)+g(x)$ 在 $x=0$ 处连续. **例**考察函数 $f(x)=\begin{cases}\lvert x\rvert, & x\ne 0\\ 1, & x=0\end{cases}$ 在点 $x=0$ 处的连续性. **解** 因为函数在点 $x=0$ 处有定义，即 $f(0)=1$，且  	5 分钟 教师：示范如何按照定义来判断间断点。 10 分钟 学生：小组讨论 四个小组回答问题 教师:质疑，学生解答。鼓励学生。 总结:学习数学方法、分析问题的能力，抓重点要素。	规则意识 加强学生的表达能力和沟通能力、团结合作能力。 全面了解学生

$\lim\limits_{x\to 0} f(x)=\lim\limits_{x\to 0}\lvert x\rvert=0$ 由于 $\lim\limits_{x\to 0} f(x)\neq f(0)$，故函数 $f(x)$ 在点 $x=0$ 处间断 如果我们改变函数 $f(x)$ 在点 $x=0$ 处的函数值 令 $f(0)=0$，那么函数 $f(x)$ 在点 $x=0$ 处连续. 因此， $x=0$ 为函数 $f(x)$ 的可去间断点.	5 分钟 学生：两个小组阐述解决问题的方法和结果 教师：讲解和评价学生的结果	的知识基础和学生的思维习惯 让学生明白遇到困难怎么办。  能准确应对危机，具备健全人格。
课堂总结： 1、掌握连续性的定义。 2、间断点的三种类型。	5 分钟。 教师：总结。	
课后作业	见习题	
教学反思		