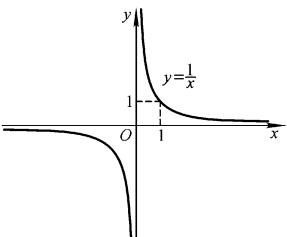







### 工程应用数学教案

内容	函数的极限		学时	2
所属项目名称	数学零距离	在课程进程中的位置		第3次
班级			上课地点	
上课时间	周 月 日第 节至 周 月 日第 节			
教学目标	知识目标	能力目标	素质目标	思政目标
	理解函数极限的概念；理解无穷小与无穷大的概念；了解无穷小与无穷大的关系	能利用左、右极限判定分段函数在分段点处极限是否存在	养成遵守规则的习惯	培养遵守法律和维护法律的意识
教学重点	函数极限的概念 函数极限的算法			
教学难点	极限存在的判定			
教学方法	讲授法、讨论法、自主学习法。			

教学过程设计

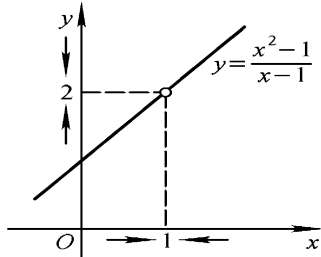
<p>教学 内容</p>	<p>教师实 施活动</p>	<p>教学 意图</p>
<p>课前准备</p> <p>1、当 <math>x \rightarrow \infty</math> 时, 函数 <math>f(x)</math> 的极限</p>  <p>例 考察当 <math>x \rightarrow \infty</math> 时函数 <math>f(x) = \frac{1}{x}</math> 的变化趋势.</p> <p>由定义可知, 当 <math>x \rightarrow \infty</math> 时, 函数 <math>f(x) = \frac{1}{x}</math> 的极限为 0, 可记为 <math>\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x} = 0</math>.</p> <p><b>定义</b> 如果当 <math>x \rightarrow +\infty</math> (<math>x \rightarrow -\infty</math>) 时, 函数 <math>f(x)</math> 无限接近于一个常数 <math>A</math>, 则称 <math>A</math> 为函数 <math>f(x)</math> 当 <math>x \rightarrow +\infty</math> (<math>x \rightarrow -\infty</math>) 时的极限, 记为</p> $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = A \quad \text{或}$ $\left( \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = A \right)$ <p>例 讨论当 <math>x \rightarrow \infty</math> 时, 函数 <math>f(x) = 2^x</math> 有</p>	<p>课前准备, 学生的出勤情况、教室的卫生情况等</p> <p>10 分钟</p> <p>学生: 观察图像的走势 教师: 分析 趋近 给出极限的写法</p> <p>5 分钟</p> <p>教师: 给出严格的定义</p>	<p>养成良好的学习习惯和生活习惯</p>  <p>严于律己</p> <p>发挥学生的主观能动性</p> <p>认识数学 掌握学习方法</p>  <p>严谨的数学定义: 法治观念、法治原则</p>

<p>无极限.</p> <p>所以当 <math>x \rightarrow \infty</math> 时, 函数 <math>f(x) = 2^x</math> 无极限.</p> <p>2、当 <math>n \rightarrow \infty</math> 时, 数列 <math>\{x_n\}</math> 的极限</p> <p>数列的概念:</p> $\left\{ \frac{n}{n+1} \right\}: \frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \dots, \frac{n}{n+1} \dots;$ $\{2^n\}: 2, 4, 8, \dots, 2^n \dots;$ $\left\{ \frac{1}{2^n} \right\}: \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \dots, \frac{1}{2^n}, \dots;$ $\{(-1)^{n+1}\}: 1, -1, 1, -1, \dots, (-1)^{n+1} \dots;$ <p>它们的一般项分别为: <math>\frac{n}{n+1}, 2^n, \frac{1}{2^n}, (-1)^{n+1}</math>.</p> <p><b>数列极限的定义</b></p> <p><b>定义</b> (数列极限的描述性定义) 对于数列 <math>\{x_n\}</math>, 若当 <math>n</math> 无限增大时 (记为 <math>n \rightarrow \infty</math>), 通项 <math>x_n</math> 无限趋近于一个确定的常数 <math>A</math>, 则称 <math>A</math> 为数列 <math>\{x_n\}</math> 的极限. 记为</p> $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = A \text{ 或 } x_n \rightarrow A (n \rightarrow \infty).$ <p>3、当 <math>x \rightarrow x_0</math> 时, 函数 <math>f(x)</math> 的极限</p> <p><b>定义</b> 设函数 <math>y = f(x)</math> 在点 <math>x_0</math> 的左、右近旁有定义 (在点 <math>x_0</math> 处, 函数 <math>f(x)</math> 可以没有定义), 如果当 <math>x</math> 无限接近于 <math>x_0</math> 时, 函数 <math>f(x)</math> 无限接近于一个确定的常数 <math>A</math>, 则称 <math>A</math> 为函数 <math>f(x)</math> 当 <math>x \rightarrow x_0</math> 时的极限. 记为</p>	<p>10 分钟</p> <p>学生: 抽点学生画图, 给出极限的结果。</p> <p>教师: 鼓励、评价。</p> <p>15 分钟</p> <p>学生: 两小组发言, 阐述小组的解决思路和方法。</p> <p>教师: 评价学生, 总结学生解决问题的思路和需要的数学知识。</p> <p>5 分钟</p> <p>教师: 讲解</p> <p>学生: 听讲, 提问。做学习记录。</p> <p>30 分钟</p> <p>教师: 讲解</p> <p>学生: 听讲, 提问。做学习记录。</p>	 <p>增强学生的自信: <b>健全的人格</b></p> <p>发挥小组团队建设</p>  <p><b>团结合作 科学思维</b></p> <p>强化学生表达和交流能力</p> <p>了解学生、鼓励学生, 让学生获得自信。</p>  <p><b>科学的思维方法: 实事求是和独立思考</b></p>
---	--	---

$$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = A \quad \text{或}$$

$$f(x) \rightarrow A (x \rightarrow x_0).$$

例讨论：函数  $f(x) = \frac{x^2 - 1}{x - 1}$



当  $x \rightarrow 1$  时函数值的变化趋势如何？

**定理**  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = A$  的充分必要条为

$$\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = A. \quad \text{例设函}$$

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 1 & 0 \leq x \leq 1 \\ 2 & 1 < x < 2 \end{cases}, \quad \text{求}$$

$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$  和  $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$  并由此判断

$\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$  是否存在？

$$\text{解} \quad \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} 2 = 2;$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} (x^2 + 1) = 2,$$

即： $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = 2$ ，由极限存

在的充要条件知： $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 2$ .

**说明：**(1) 函数  $f(x)$  的极限是自变量  $x$  按某种趋向变化时，函数  $f(x)$  趋向于确定的常数；(2)  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$  是否存在与  $f(x)$  在点  $x_0$  是否有定义无关.

#### 4 无穷小与无穷大

总结：学习数学方法，按照数学的定义学习。




辩证唯物主义  
科学思维

5 分钟

学生：组织学生自学，可以借助手机获得相关的知识信息。

教师：鼓励评价

给出严格的无穷小的

<p><b>无穷小量</b></p> <p><b>定义 1.3.6</b> 如果当 <math>x \rightarrow x_0</math> (<math>x \rightarrow \infty</math>) 时, 函数 <math>f(x)</math> 的极限为零, 则称 <math>f(x)</math> 是当 <math>x \rightarrow x_0</math> (<math>x \rightarrow \infty</math>) 时的无穷小量, 也可以说成无穷小.</p> <p>记为 <math>\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = 0</math> (或 <math>\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 0</math>)</p> <p>例如, 由于 <math>\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x} = 0</math>, 因此, 函数 <math>f(x) = \frac{1}{x}</math> 为当 <math>x \rightarrow \infty</math> 时的无穷小, 又 <math>\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{x} = 1</math>, 所以当 <math>x \rightarrow 1</math> 时, 函数 <math>f(x) = \frac{1}{x}</math> 就不是无穷小.</p> <p><b>4.2 无穷大量</b></p> <p><b>定义</b> 如果当 <math>x \rightarrow x_0</math> (<math>x \rightarrow \infty</math>) 时, <math>f(x)</math> 的绝对值无限增大, 则称函数 <math>f(x)</math> 为当 <math>x \rightarrow x_0</math> (<math>x \rightarrow \infty</math>) 时的无穷大量, 也可以说成无穷大. 记作</p> <p><math>\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \infty</math> (或 <math>\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \infty</math>)</p> <p>例如 <math>\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} = \infty</math>.</p>	<p>定义</p> <p>5 分钟</p> <p>教师: 讲解概念, 强调定义的重要性。</p>	<p>培养团队建设</p>  <p>工匠精神 安全意识</p>
<p>课堂总结:</p> <p>1、定义的重要性。</p> <p>2、极限的判断。</p>	<p>5 分钟。</p> <p>教师: 总结。</p>	
<p>课后作业</p>	<p>见习题</p>	
<p>教学反思</p>		